

## MATEMATIKA

### ALAPELVEK, CÉLOK

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, a gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése emeli a gondolkodás általános kultúráját.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása.

A matematika:

- kulturális örökség;
- gondolkodásmód;
- alkotó tevékenység;
- a gondolkodás örömeinek forrása;
- a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője;
- önálló tudomány;
- más tudományok segítőtje;
- a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves összeépülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon.

A kulcskompetenciáknak megfelelően a matematikai műveltség fejlesztésének kiemelt területe a biztos számolási készség kialakítása. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére.

A tanulók matematikai fejlődése és a tanulási folyamat során alapvető, hogy ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek,

transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Fontos néhány neves matematikus és a tudomány fejlődése során felmerült érdekes matematikai probléma megismertetése a diákokkal.

A tanítás folyamán tudatosítandó, hogy érték a pontos, kitartó, fegyelmezett munkavégzés, az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete.

A matematikai értékek és eredmények megismerésének köszönhetően a tanulók hatékonyan tudják használni megszerzett kompetenciáikat az élet különböző területein.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK

- |   |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tájékozódás             <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. Tájékozódás a térben</li> <li>1.2. Tájékozódás az időben</li> <li>1.3. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban</li> </ol> </li> <li>2. Megismerés             <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1. Tapasztalatszerzés</li> <li>2.2. Képzlet</li> <li>2.3. Emlékezés</li> <li>2.4. Gondolkodás</li> <li>2.5. Ismeretek rendszerezése</li> <li>2.6. Ismerethordozók használata</li> </ol> </li> <li>3. Ismeretek alkalmazása</li> <li>4. Problémakezelés és -megoldás</li> <li>5. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás</li> <li>6. Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek és együttéléssel kapcsolatos értékek             <ol style="list-style-type: none"> <li>6.1. Kommunikáció</li> <li>6.2. Együttműködés</li> <li>6.3. Motiváltság</li> <li>6.4. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás</li> </ol> </li> <li>7. A matematika épülésének elvei</li> </ol> |
|---|

A táblázatokban található nyilak (►►) arra utalnak, hogy az adott tevékenység a további évfolyamokon is folytatódik, a következő képzési szakaszra érvényes kiegészítésekkel.

## 1. Tájékozódás

### 1.1. Tájékozódás a térben

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Tájékozódás (pl. az iskolában és környékén) nagytести mozgással; mozgássor megisméltése, mozgási memória fejlesztése, ►►	►► mozgási memória fejlesztése; mozgássor megisméltése visszafelé.		
Tájékozódás a külső világ tárgyai szerint; a tájékozódást segítő viszonyok megismerése (pl. mellett, alatt, fölött, között, előtt, mögött). Tájékozódás a síkban (pl. tájékozódás a síkon ábrázolt térben; tájékozódás szavakban megfogalmazott információk szerint).			
Tájékozódás a tanuló saját mozgó, forgó testének aktuális helyzetéhez képest (pl. a bal, jobb).			
	Tájékozódás a másik ember nézőpontja szerint.		
	Tájékozódás a valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján (pl. térkép olvasása, készítése; térbeli mérési adatok felhasználása számításokban, arányérzék fejlesztése; a valóságos viszonyok becslése térkép alapján.). ►►		►►Térképkészítési elvek megértése; tájékozódást segítő eszközök használata.

### 1.2. Tájékozódás az időben

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
A múlt, jelen, jövő mint folytonosan változó fogalmak, például az előtte, utána, korábban, később megértése, használata; folyamat mozzanatainak időbeli elrendezése; szöveges feladatok, amelyekben az időrendnek szerepe van.			
Időtartam mérése egyenletes tempójú mozgással, hanggal; szabványos egységekkel (másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év, évtized).		Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom; időtartam, időpont.	Időtől függő periodikus jelenségek.

1.3. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Tárgyak, személyek, alakzatok, jelenségek, összességek összehasonlítása mennyiségi tulajdonságaik (magasság, szélesség, hosszúság, tömeg, űrtartalom, térfogat, darabszám) szerint; becslés; mennyiségek fogalmának alapozása.			
<p>A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal; a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. Például mérőszám és darabszám (halmaz számossága); természetes szám, racionális szám, valós szám; pontos szám és közelítő szám.</p> <p>Mennyiségi következtetések (pl. azonos egység esetén mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján; azonos mennyiség esetén egység és mérőszám viszonya szerint).</p>			

2. Megismerés

2.1. Tapasztalatszerzés: a tapasztalatok tudatosítása, közlése, rögzítése, jelölése, ezek értelmezése, visszaolvasása

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Finommotoros mozgáskoordinációk: apró tárgyak rakosgatása, vonalzó, ►►	körző használata stb.		
Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése.			
Látott, hallott helyzet, kép összképben való felismerése, azonosítása, megkülönböztetése, rekonstruálása különféle érzékszervek együttműködése révén. Az észlelés pontosságának fokozása.			
Az érzékelés pontosságának fejlesztése. Tárgyak tulajdonságainak kiemelése (analizálás); összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés; osztályokba sorolás, sorba rendezés különféle tulajdonságok szerint, a különféle érzékszervek tudatos működtetésével. A figyelem terjedelmének és tartóságának növelése, tudatos, célirányos figyelem. Közös tulajdonságok felismerése; tulajdonság tagadása.			
Szétválogatás két szempont szerint; megosztott figyelem; két, ill. több szempont egyidejű követése.			
Pontos megfigyelés statikus szituációkról, lényegkiemelés. Pl. helyzetről, képről kirakás, rajz, egyszerűsített kirakás. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével.	Modellezés; fogalmak, összefüggések megjelenítése. Halmazok eszköz jellegű használata.		

Nemzeti alaptanterv – 2012

MATEMATIKA

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Számjelek bevezetése.			
Kétváltozós műveletek értelmezésének tapasztalati előkészítése; kétváltozós műveletek értelmezése (mint a különféle konkrét tartalmú műveletek szintézise).			
	Számok, sík- és térbeli alakzatok csoportosítása.		
Változó helyzetek megfigyelése. Műveletek tárgyi megjelenítése.	Kísérletek (pl. valószínűségi kísérletek) végzése, a történések többszöri megfigyelése.		
	Geometriai alkotások létrehozása szabadon és másolással; transzformációk elvégzése, a „kép” eredetijének megalkotása.		
Változó helyzetek, időben lejátszódó történések megfigyelése, szavakban való megisméltése; a változás kiemelésének képessége (analízis); az időbeliség tudatosítása.			
Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése: tapasztalati függvények, sorozatok alkotása, értelmezése stb.; matematikai modell keresése változások leírására. Geometriai transzformációkban megfigyelt megmaradó és változó tulajdonságok tudatosítása.			
Szövegben megfogalmazott helyzet, történések megfigyelése; értelmezése: lényeges és lényegtelen információk szétválasztása. A figyelem irányítása; tartósságának növelése.			
Szavakban megfogalmazott helyzet, történések matematizálása: matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. (Pl. egyszerűsített rajz, számfeladat, nyitott mondat, sorozat, táblázat, egyenlet-megoldási módszerek, gráfok.)			
Rajz, kirakás és szöveg értelmezése: a lejátszott történések visszaidézése; az elmondott, elolvasott történések visszaidézése.			
Rajzolt, illetve tárgyi jelek értelmezése tevékenységgel, történések kitalálásával.			
Szavakban megfogalmazott helyzetről, történésekről készült matematikai „szöveg” értelmezése. Konkrét matematikai modellek (nyitott mondat, szakaszos ábra stb.) értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.			
Tudatos megfigyelés elvont szituációkban; analízis, azonosítás, megkülönböztetés, szemponttartás: <ul style="list-style-type: none"> <li>- megfigyelés adott tulajdonságok szerint;</li> <li>- felismert tulajdonságok és kapcsolatok szerint;</li> <li>- változó szempontok, feltételek szerint;</li> <li>- szempontok önálló megválasztása.</li> </ul>			
Esetfelsorolások, érvelés, szempontok, feltételek, paraméterek önálló megválasztásával és változtatásával (pl. kombinatorika, egyenletek, szerkesztések).			

2.2. Képzelet (követő, alkotó)

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Alakuló, illetve kialakult matematikai fogalmak, relációk példáinak elképzelése, ilyenek keresése, alkotása.			
Számok, műveletek, egyéb matematikai szimbólumok (pl. képek, szakaszos ábrák, diagramok, grafikonok, táblázatok, műveletek, nyitott mondatok) alapján az általuk leírt valóságos helyzetek, történések, összefüggések elképzelése. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.			
Adott tárgy, elrendezés, kép más nézőpontból való elképzelése, például testek építése különböző nézeteikből, vetületeikből.			
Feltételeknek megfelelő alkotások elképzelése az elkészítésük előtt; vázlatos ábrák alkotása; a tényleges alkotás összevetése az elképzelttel. Szerkesztések különféle szerkesztési eszközökkel és eljárásokkal.			
Képzeletben történő mozgatás (pl. átdarabolás elképzelése; testháló összehajtásának, szétvágásoknak az elképzelése; testek különféle síkmetszeteinek elképzelése).			
Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése.			

2.3. Emlékezés

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Motoros emlékezés (tájékozódás mozgások felidézésével; formára való emlékezés a tapintás alapján, nagymozgással és finomabb mozgásokkal; számmemória fejlesztése mozgásokhoz kapcsolva, összefüggésekre való emlékezés végrehajtott cselekvéssor alapján; alapszerkesztések; mozgással létrehozott vagy mozgással is össze-köthető ritmus, minták és szerkezetek felidézése; sorozatok). Auditív (hallás utáni) emlékezés.			
Képi emlékezés statikus helyzetekben (kép, helyzet felidézése összképben; részletek felidézése; a szabvány mértékegységek nagysága; összesség felidézése: darabszám, elemek, elrendezés, sorrend; minták és szerkezetek felidézése statikus képen; jelek helyzetének, alakjának felidézése; függvények grafikus képe).			
Történésre való emlékezés (lejátszott és lejátszódott események felidézése; emlékezés a részletekre, időrendre; kombinatorikus összeszámlálások; kísérlet, megfigyelés eseményeinek felidézése; az emlékezést segítő jegyzetek, rajzok, jelek készítése, használata, visszaolvasása; a feljegyzéshasználat szokásainak kialakítása).			
Emlékezés szóbeli és írásbeli információkra és kérdésekre (információk felidézése; adatok, feltételek megjegyzése a feladatmegoldás idejére; elnevezések, jelek, jelölések és egyéb megállapodások megjegyzése, definíciókra való emlékezés).			
Emlékezés elmondott, elolvasott történetre, problémákra; szöveges feladat lényegileg pontos felidézése; emlékezést segítő ábrák, vázlatok, rajzok készítése, visszaolvasása. Adatokra és összefüggéseikre való együttes emlékezés.			
Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése; a megtanulást segítő eszközök megismerése. Tényismeretek memorizálása, mozgósítása. Ismeretek megtanulásához összefüggések felhasználása, jegyzetek készítése, visszaolvasása; tudatos gyakorlás; ismeretek mozgósítása kérdésre, alkotás létrehozásához, új ismeret szerzésében, az új ismeret beillesztéséhez, problémamegoldáshoz. Eljárásokra, módszerekre való emlékezés.			
Megértett állításokra, szabályokra, összefüggésekre való emlékezés: viselkedési, mozgásos, játékra vonatkozó szabályok felidézése; tények közti kapcsolatok, viszonyok, összefüggések felidézése, ►►		►► állítások, tételek jelentésére való emlékezés; elvontabb összefüggések megjegyzése.	

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Emlékezés érvelésre, cáfolásra, következtetésre, gondolatmenetre; ezek alkalmazása új helyzetekben. ►►			►► bizonyítási módszerekre való emlékezés.

#### 2.4. Gondolkodás

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés; különbözőségek, azonosságok tudatosítása, megállapítása, jelölése.			
Osztályozás egy és egyszerre két (több) saját szempont szerint, adott, illetve elkezdett válogatásban felismert szempont szerint.			
Sorba rendezés. Sorozatok létrehozása (folytatása, kiegészítése) valamely szubjektív vagy objektív tulajdonság tudatosítására és a sorba rendezett elemek jellemzésére.			
<p>Megítélés, döntés:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- célszerűség szerint (feladatok megítélése aszerint, hogy van-e bennük felesleges vagy ellentmondó adat, elegendő-e az információ; célszerű-e egy megállapodás, jelölés, (pl. <math>\text{cm}^2</math>) célszerű-e egy tanult eljárás, egy talált megoldási mód);</li> <li>- jelentéstartalom szerint (szituáció megítélése aszerint, hogy determinisztikus vagy véletlentől függő; megállapítás megítélése aszerint, hogy van-e értelme; aszerint, hogy egyértelmű-e; fontossága szerint; aszerint, hogy összhangban van-e a tapasztalattal, ill. egy másik kijelentéssel).</li> </ul>		<p>Két állítás megítélése aszerint, hogy jelentésük milyen viszonyban van egymással (függetlenek; ugyanazt jelentik; egymást kizárják, de nem tagadásai egymásnak; egymás tagadásai); egy megoldás megítélése aszerint, hogy összhangban van-e a feltételekkel (valósággal, gyakorlati igényekkel).</p> <p>Megítélés értékek szerint (egyértelműség, érthetőség, egyszerűség, szépség, gyakorlati felhasználhatóság); információ megítélése aszerint, hogy fontos-e, illetve felhasználjuk-e az adott szituációban, adott kérdés eldöntéséhez, adott probléma megoldásához.</p>	
Állítások megítélése igazságértékük szerint. Nyitott mondatok lezárása behelyettesítéssel.		Következtetés megítélése helyessége szerint. Kvantorokkal megfogalmazott állítások.	
<p>Megértés:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ismert tartalmú utasítás, közlés megértése; új helyzetben adott utasítás megértése példa segítségével és példa nélkül;</li> <li>- kérdés tartalmának megértése adott tárgyi szituációban és megfogalmazott problémában (szituáció, változás, szöveges feladat, egyéb probléma értelmezése lejátsszással, kirakással, tárgyhú, illetve egyszerűsített rajzzal, átfogalmazással; adatok felfogása, lényegtelenek elhagyása, lényegesek kiemelése, rögzítése, kapcsolatuk feltárása, szerepük megértése; adatokra és összefüggéseikre vonatkozó jelölések használata, értelése; folyamat fordított lejátsszása; az időbeliség megértése).</li> </ul>			Fogalmak egymáshoz való viszonyának megértése, összefüggés megértése (alá- és fölérendeltségi viszony; mellérendeltség megértése; rendszer felfogása; a rendszerezés módszere).
Matematikai modellek megértése (pl. számok, műveletek, nyitott mondatok, sorozatok, függvények, táblázatok, rajzos modellek, diagramok, gráfok, grafikonok); átkódolás más modellbe. Adott modellhez példa, probléma megfogalmazása.			
Gondolatmenet követése; egyszerű gondolatmenet megfordítása. Oksági kapcsolatok keresése, megértése. Gondolkodás a saját gondolkodási folyamatokról.			

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Következtetés további igazságokra (példák, ellenpéldák keresése, alkotása; egylépéses intuitív következtetés további állítások igazságára, amely még nem társul tudatos nyelvi megfogalmazással), ►►			►► bizonyítás.
Absztrahálás, konkretizálás (fogalmak megalkotása, besorolás adott fogalom alá). Egyedi tapasztalatok, modellek; általános tapasztalatok, univerzális modellek értelmezése (pl. ujjszámolás; számrendszerek, különféle számalakok, különféle alakú, de azonos értelmű kifejezések, állítások; műveleti tulajdonságok; számolás műveleti tulajdonságok és kapcsolatok alapján, analógiák segítségével). Újabb elemek besorolása a megalkotott belső kép alá: ráismerés. A megértett fogalmi jegyeknek megfelelő további konkrétumok keresése, alkotása. Fogalmi általánosítás.			
			Analógiás gondolkodás és korlátai.
			Idealizáló absztrakció (kör, háromszög, négyszög; pont egyenes, sík, tér).
Általánosítás, specializálás, példák, ellenpéldák keresése, alkotása (az általános állítás igazolása következtetéssel; bizonyítás; cáfolás: a tévedés megmutatása ellenpéldával).			
A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. A statisztikai gondolkodás fejlesztése.			
A gondolkodás és a nyelv összefonódása, kölcsönhatása.			
A szó mint egy-egy komplexumhoz, előfogalomhoz, fogalomhoz tartozó példák osztályának jelölője. Köznyelvi kifejezések és szakkifejezések. Jelek szerepe, alkotása, használata. Értő-elemző olvasás fejlesztése. Írásban kapott utasítás végrehajtása, helyzetleírás rekonstruálása.			
			A matematikai logika nyelvének fokozatos megismerése, tudatosítása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése; a matematikai logika nyelvi sajátosságainak elfogadtatása.
Gondolatmenet. Tevékenységbe öltöztetés (pl. alkotás végrehajtása és ennek időrendben való elmondása; manuális problémamegoldás megismétlése szavakban). Elképzelte tevékenység gondolatban és szavakban való végigjárása (pl. alkotás, problémamegoldás tervének elmondása). Elmondott gondolatmenet követése.			
Átélt folyamat lejátszása, ►►	►► leírása szabad szöveggel; (közösen kialakított megfogalmazások), ►►	►► leírása szavakkal, szimbólumokkal.	
Átélt folyamatról készült leírás gondolatmenetének értelmezése (pl. egy szerkesztés leírt lépéseiről a folyamat felidézése, összevetés saját emlékekkel, feljegyzéssel, a feljegyzések tartalmának összevetése; a leírás vizsgálata abból a szempontból, hogy ténylegesen megfelel-e az átélt folyamatnak).			
			Megismert gondolatmenet panelként való felhasználása új folyamatban. Gondolatmenet tagolása.
Algoritmus követése, értelmezése, készítése.			



2.5. Ismeretek rendszerezése

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Fogalmak egymáshoz való viszonya: alá- és fölérendeltségi viszony; mellérendeltség. Rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése.			Definíció, tétel. A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása.

2.6. Ismerethordozók használata

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
A tanulás manipulatív eszközeinek célszerű használata (pl. színesrúd-készlet, mérőszalag, logikai készletek, játékok, számtáblázatok, modellező készletek).			
Könyvek (pl. matematikai zsebkönyvek, szakkönyvek, ismeretterjesztő könyvek, lexikonok, feladatgyűjtemények, táblázatok, képletgyűjtemények), számológépek, számítógépek használata.			
Tanári segítség, társak segítsége (pl. az ismeretszerzés szervezése, jó munkalétkör biztosítása, érdekes problémák, projektek szerepeltetése, kérdések felvetése, szakkörök, táborok, versenyek).			
Oktatási-tanulási technológiákkal való megismerkedés, azok értelmes, interaktív használata.			
Nyitottság és önbizalom az újjal való ismerkedéshez.			

3. Ismeretek alkalmazása

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Friss vagy felfrissített ismeretek, információk, felismerések közvetlen alkalmazása egyszerű utasítás végrehajtásában, döntésben.			
Régebbi ismeretek, információk, felismerések mozgósítása, felhasználása az ismeretszerzés szituációjával analóg helyzetben.			
Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben; sejtés, ellenőrzés.			
Ismeretek alkalmazása az újabb ismeretek megszerzésében ►► Új tapasztalatok visszarendezése előfogalmakhoz, fogalmakhoz.	►► a gyakorlati életben és más tantárgyak keretében (pl. százalék, kamatos kamat, terület-, felszín-, térfogatszámítás, relatív gyakoriság, valószínűség, logaritmus függvény) ►►	►► érvelésben, sejtések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban, alkotásokban (pl. transzformációk alkalmazása szerkesztésben;), ►►	►► egyes szakmák esetében.

#### 4. Problémakezelés és -megoldás

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Probléma felismerése (problémahelyzet átélése); problémaérzékenység.			
Szituációban, történetben megfogalmazott, olvasott probléma megértése; a megértést segítő eszközök alkalmazása (lejátszás természetes helyzetben, képalkotás, kirakással való lejátszás, beszélgetés a helyzetről, kérdések megfogalmazása, ismert, a probléma szempontjából lényeges adatok tudatosítása, elválasztása a lényegtelenektől).	Az ismert elemek és az ismeretlen momentumok ütköztetése; sejtések, kérdések megfogalmazása. Egyszerű probléma áttekintése.		
	A probléma megoldására való készség, a probléma vállalása. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás. A sikertelenség okának feltárása (pl. kihagytunk egy feltételt).		
	A problémához hasonló egyszerűbb (már megoldott) probléma keresése.		
	Önálló eljárások keresése, megoldási kísérletek, tippelések szabad végzése, összevetése a kapott információkkal, valósággal.		
	A problémához illeszthető matematikai modell választása, keresése, alkotása. (A probléma részekre bontása; összetett probléma áttekintése. Átfogalmazás más, ismertebb problémává; analógia keresése.)		
Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek (pl. nyitott mondatok, gráfok, sorozatok, függvények, függvényábrázolás, számítógépes programok, statisztikai elemzések) ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (pontosság, értelmezhetőség). Önellenőrzés; az eredményért való felelősségvállalás.			
Többféle megoldási mód keresése, az alternatív megoldások összevetése, ►►	►► a problémához leginkább illő megoldási mód (módok) kiválasztása; indoklás.		
Az eredmény vonatkoztatása az eredeti problémára. Az eredmény összevetése a feltételekkel, az előre vetített eredménnyel, a valósággal, ►►	►► diszkusszió. (A lehetőségek számbavétele. A feltételekkel való összevetés során annak tudatosítása, hogy miben és hogyan befolyásolják a feltételek az eredményt. Ha elhagyjuk, megváltoztatjuk valamelyiket, hogyan módosul a megoldás?)		
Válasz megfogalmazása szóban, később írásban is.			

#### 5. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Objektumok alkotása szabadon; másolással, adott feltételek szerint.			
Állítások, kérdések megfogalmazása képről, helyzetről, történésről szóban, írásban. Saját gondolatok megfogalmazása; elképzelések, definíciók és tételek alkotása, megfogalmazása, kimondása, leírása.			
Összességek alkotása adott feltétel szerint; halmazalkotás; definiáló tulajdonság megalkotása; a tulajdonság tagadásának megalkotása a komplementer halmaz elemeinek közös, meghatározó ismérveként.			

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Elnevezések, jelölések, szimbólumok, alkotása (alkalmi elnevezések a képzetthez, előfogalomhoz jól illeszkedő köznyelvi szavakkal; alkalmi jelölések), ►►	►► fogalmak alkotása (összességek elemeinek közös, meghatározó, lényeges tulajdonságainak szintetizálása; további példák besorolása, ellenpéldák kiszűrése a meghatározó ismérvek szerint). Fogalmak módosulása újabb tapasztalatok, ismeretek szerint; egy-egy fogalom újabb fogalommá bővítése. Fogalmak alkotása specializálással.		
	Rendszeralkotás: elemek elrendezése különféle szempontok szerint; rendszerezést segítő eszközök használata, készítése (fadiagram, útdiagram, táblázatok). Megalkotott rendszer átalakítása. Kombinatorikus gondolkodás.		
Számrendszeres gondolkodás.			
Sorozatok alkotása. Megfigyelésben, mérésben, számlálásban, számolásban gyűjtött adatok, elemek sorozatba rendezése; a keletkező sorozat tulajdonságai szabályosságának vizsgálata (pl. periodikus sorozatok, számtani, mértani sorozat). Megkezdett sorozat folytatása, kiegészítése adott szabály szerint, felismert összefüggés alkalmazásával. Az „összefüggés” megalkotása a sorozat elemei közti kapcsolat általánosításaként; ellenőrzése.			
	Táblázatok készítése. Megfigyelésben, mérésben, számlálásban, számolásban, kísérletben gyűjtött adatpárok, adathármasok rendezése (pl. táblázatba), kapcsolatok vizsgálata. Táblázat hiányzó adatainak keresése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően, illetve felismert kapcsolat szerint. Az „összefüggés” megalkotása a táblázat elempárjai (elemhármasai) közti kapcsolat általánosításaként; ellenőrzése.		
Modell alkotása helyzet megértéséhez: eljátszás, mímelés, képek, egyszerűsített képek, egyszerűsített mozgatható kirakások, szakaszos ábrák, gráfok készítése probléma, szöveges feladat értelmezéséhez.			
Modell alkotása, értelmezése fogalmakhoz. A természetes szám modelltévé való kezelése (különféle fogalmi tartalmak – darabszám, mérőszám, értékmérő, jel – szerint), tört szám, negatív szám, egész szám, racionális szám modelltévé való kezelése; számegegyenes; az aritmetikai műveletek mint történések és viszonyok matematikai modelljei; egyenletek, egyenlőtlenségek; reláció, függvény, sorozat mint modellek; ábra, diagram mint modell.			
	További algebrai modellek. Geometriai modellek. ►►	Koordináta-geometriai modellek. Valószínűségi modellek. Kombinatorikus modellek. Statisztikai jellemzők.	
Modell alkotása probléma megoldásához (eljátszás, mímelés, képek, egyszerűsített képek, egyszerűsített mozgatható kirakások, szakaszos ábrák, gráfok, számfeladatok, nyitott mondatok, sorozatok, táblázatok készítése és értelmezése, olvasása probléma és szöveges feladat megoldásához; probléma és modell „elemeinek” tudatos összerendezése).			
Átkódolás különböző modellek között.			
Sejtések megfogalmazása; divergens gondolkodás. (Megértett probléma „eredményének” elképzelése, előrevetítése; a sejtés megfogalmazása, lejegyzése, megoldás utáni ellenőrzése. Becslés. Újabb lehetőségek, kérdések, újabb problémák felvetése, feltételek változtatása.)			
Gondolatmenet kiépítése (pl. „megoldási terv” szöveges feladathoz). Manuálisan elvégzett tevékenység gondolati lépésként való értelmezése, tudatosítása. Megértett probléma részletproblémákra bontása modell nélkül vagy modell segítségével; a részletproblémák sorrendbe állítása, pl. megoldhatóságuk időrendje szerint; az így képzett terv tudatosítása elmondással, írásban, jelsorozattal (folyamattervezés). A tervkészítés módjának megalkotása. Stratégia alkotása.			

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Kidolgozás megalkotása. (Az eltervezett megoldás lépéseinek végrehajtása; a részeredmények értelmezése, a végeredmény vonatkoztatása az eredeti problémára, válaszadás diszkusszió nélkül, illetve diszkusszióval.)			

## 6. Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek és együttéléssel kapcsolatos értékek

### 6.1. Kommunikáció

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Nyelvhasználat előtti kommunikáció: lejátás, kirakás, megmutatás, mímelés mint gondolatok kifejezése; ezek megértése.			
Elnevezések, megállapodások, jelölések értéke, kezelése: köznyelvi szavak használata és elfogadása előfogalmak jelölésére; egyszerű szakszavak és jelölések alakuló és kialakult fogalmak megnevezésére; a kifejezések pontosítása (pl. számok és jelölések; műveletek jelölése, egyenlőség és egyenlőtlenség jelölése, mérések, mértékegységek).			
	A matematika tanuláshoz szükséges nyelvi-logikai szerkezetek fokozatos megismerése. A köznyelv és a matematikai nyelv különbözőségeinek, értékeinek és korlátainak megértése és elfogadása.		
	Mások gondolatainak megértésére törekvés (példák és ellenpéldák keresése, kérése; kérdések megfogalmazása; magyarázat kérése; átfogalmazásra, egyszerű következtetésre tett próbálkozások). Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás.		
	Saját gondolatok kifejezése, rögzítése (szóbeli elmesélés; matematikai szöveg írása, értelmezése, jegyzet készítése, visszaolvasás; jegyzetfüzet vezetése).		
	Saját gondolatok megértésére való törekvés (szóbeli érvelés: szemléletes indoklás; egyszerű bizonyítás; írásbeli érvelés: bizonyítás írásban, jelek használatával; sejtések megfogalmazása, sejtések megerősítése, elvetni tudása; bizonyítás alapgondolatának kiemelése).		

### 6.2. Együttműködés

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Közös munka (páros, kiscsoportos munka, csoportmunka) vállalása; együttműködés, egymásra figyelés; egyéni felelősség és közös felelősségvállalás.			
A munka tervezése, szervezése, megosztása.			
Egyéni adottságok, képességek és igények figyelembevétele a közös eredmény érdekében és tiszteletben tartása az egyén fejlődése szolgálatában; tolerancia, egymás segítése. A munkamegosztásban betöltött szerepek értékeinek ismerete és elfogadása.			

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Vitakészség, kifejezőképesség fejlesztése. Az együttműködő partnerek részeredményeinek értelmezése, értékelése, összerendezése. Projektben való együttműködés.			

### 6.3. Motiváltság

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye. (Az „én is tudom”, „én is meg tudtam oldani”, „én találtam ki” élménye a fejlődés egyik leghatékonyabb hajtóereje. Az önállósodás, függetlenedés igénye, a saját értékek érvényesítésének igénye – helyes pedagógusmagatartás esetén – háttérbe szorítja, sőt egy idő után szükségtelenné is teheti a külső motivációt.)			
A világ megismerésének igénye. (A matematikai ismeretek kezdetben közvetlenül a világ tárgyainak, jelenségeinek megismeréséhez járulnak hozzá. Eszközt és módszert adnak különféle tulajdonságok megfigyeléséhez, kiemeléséhez, tárgyak, jelenségek jellemzéséhez. A szűkebb és egyre bővülő környezet iránti kíváncsiság lehet a tanulás egyik hajtóereje.)			
A matematika értékeinek és eredményeinek megismerésére való igény. (A hasznosság, más tudományok, a gyakorlati élet, a gondolatok, gondolatmenetek, minták, struktúrák stb. érdekessége, szépsége tegye vonzóvá kinek-kinek a számára a tárgy tanulását.)			
A matematikai módszerek és eszközök megismerésének igénye. (A matematika módszerei és eszközei a gondolkodás számos területére hatást gyakorolhatnak.)			

### 6.4. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
Önismeret. Saját értékek (pl. pontosság, tervszerűség, monotonia-tűrés, kitartás a munkában, kudarc-tűrés, megnyilatkozni tudás, önfegyelem, egyéni felelősség, kíváncsiság), saját korlátok ismerete, tudatosítása; technikák megismerése ezek ellensúlyozására.			
Saját rész-képességek, gondolkodási tevékenységek felismerése, tudatosítása. Reflektálás.			
Önértékelés. Önellenőrzés. Érzelmi reakciók és fegyelmezésük. Önmotiválás. Önszabályozás.			

## 7. A matematika épülésének elvei

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
		A matematikai témakörök összekapcsolódásának értéke intuitív módon.	
			Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése.

1–4. évfolyam	5–8. évfolyam		9–12. évfolyam
	5–6. évfolyam	7–8. évfolyam	
			Az egyértelműség igénye, például szemléletes fogalmak használata, definíciók bevezetésének szükségessége, definiált fogalmak megismerése, definíciók alkotása.
			Az újabb esetekre, minden esetre való alkalmazhatóság, különös esetekre való kiterjesztések, permanencia elv (az algebrai nyelv jelentősége; a hatványozás, a szögfüggvények fogalmának kiterjesztése).
			Axiomatizálás egyszerű példán való bemutatása.
			A matematika mint kulturális örökség.

## KÖZMŰVELTSÉGI TARTALMAK

### 1–4. évfolyam

#### 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

##### 1.1. Halmazok

- Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.

##### 1.2. Matematikai logika

- A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Állítások igazságának eldöntése.

##### 1.3. Kombinatorika

- Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).

#### 2. Számelmélet, algebra

##### 2.1. Számok, mérés, mértékegységek

- Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték.
- Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság).
- Törtek a mindennapi életben (2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek).
- A számok helye a számegyenesen.
- A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Mértékegységek, egyszerű átváltások.

- Kerekítés. Mérőeszközök.

## 2.2. Műveletek

- Matematikai jelek: +, −, •, :, =, <, >, ( ).
- Fejben számolás száz-as számkörben.
- Összeg, különbség, szorzat, hányados. Műveletek tulajdonságai. Műveleti sorrend.
- Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban.
- Műveletek ellenőrzése.
- Szöveges feladatok, megoldási terv, becslés, ellenőrzés.

## 2.3. Számelméleti ismeretek

- Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék.

## 2.4. Algebrai kifejezések

- Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.

## 3. Geometria

### 3.1. A tér elemei

- Vonalak (egyenes, görbe). Párhuzamos és merőleges egyenesek. Mérés.

### 3.2. Síkbeli alakzatok

- Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög, kör létrehozása, felismerése, jellemzői.

### 3.3. Térbeli alakzatok

- Kocka, téglatest, gömb felismerése, létrehozása, jellemzői.

### 3.4. Transzformációk

- Tükrös alakzatok, tengelyes szimmetria.

### 3.5. Kerület, terület

- Négyzet, téglalap kerülete, területe. Mérés, számítás, mértékegységek.

## 4. Függvények, az analízis elemei

### 4.1. Sorozatok

- Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok.

### 4.2. Függvények megadása, ábrázolása

- Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat olvasása.

## 5. Statisztika, valószínűség

### 5.1. Statisztika

- Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása.

### 5.2. A valószínűség-számítás elemei

- Valószínűségi játékok. (Biztos. Lehetetlen. Lehet, de nem biztos.)

## 6. Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok

- Rubik-kocka.

## 5–8. évfolyam

### 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

#### 1.1. Halmazok

- Halmazba rendezés több szempont alapján. A részhalmaz fogalma.
- Két véges halmaz egyesítése, közös része.

#### 1.2. Matematikai logika

- Egyszerű matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Állítások igazságtartalma.
- Definíció, tétel kimondása.

#### 1.3. Kombinatorika

- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok az összes eset megadásával.

### 2. Számelmélet, algebra

#### 2.1. Számok, mérés, mértékegységek

- Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen.
- Ellentett, abszolút érték, reciprokok, normálalak fogalma.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.

#### 2.2. Műveletek

- Alapműveletek racionális számokkal írásban és számológéppel.
- A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is.
- Százalékszámítás.

#### 2.3. Számelméleti ismeretek

- Osztó, többszörös, közös osztó, közös többszörös. Oszthatósági szabályok (2, 3, 5, 9, 10, 100).
- Prímszám, összetett szám.

#### 2.4. Algebrai kifejezések

- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás.

#### 2.5. Hatvány, gyök, logaritmus

- Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén egész számok körében.

#### 2.6. Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

- Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. Egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel és egyenlettel, ellenőrzés.

### 3. Geometria

#### 3.1. A tér elemei

- Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Két pont, pont és egyenes távolsága.

#### 3.2. Síkbeli alakzatok

- Háromszögek, osztályozásuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz). Sokszögek, szabályos sokszögek. Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok.



- Háromszög, négyszög belső szögeinek összege. Kör és érintője. Pitagorasz-tétel alkalmazása.

### 3.3. Térbeli alakzatok

- Egyenes hasáb, forgáshenger, forgáskúp, szabályos gúla, gömb.

### 3.4. Transzformációk

- Tengelyes és középpontos szimmetria, szerkesztéssel.
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).

### 3.5. Szerkesztés

- Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek, a tanult síkbeli alakzatok szerkesztése.

### 3.6. Koordináta-geometria

- Koordináta-rendszer, pont ábrázolása.

### 3.7. Kerület, terület

- A háromszögek, a tanult négyszögek és a kör kerülete és területe, gyakorlati alkalmazás.

### 3.8. Térfogat, felszín

- Az egyenes hasáb és a forgáshenger felszínének és térfogatának kiszámítása.

## **4. Függvények, az analízis elemei**

### 4.1. Sorozatok

- Sorozatok folytatása adott szabály szerint.

### 4.2. Függvények megadása, ábrázolása

- Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével (pl. lineáris, négyzetes összefüggés).
- Egyenes arányosság grafikus képe.

### 4.3. Függvények jellemzése

- Leolvasás grafikonról: növekedés, fogyás, legnagyobb és legkisebb érték.

## **5. Statisztika, valószínűség**

### 5.1. Statisztika

- Diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.
- Számtani közép kiszámítása.

### 5.2. A valószínűség-számítás elemei

- Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése. Gyakoriság. Relatív gyakoriság kiszámítása.

## **6. Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok**

- Euklidész, Pitagorasz, René Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János.

## 9-12. évfolyam

### 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

#### 1.1. Halmazok

- Halmazok megadása, ábrázolása. Részhalmaz.
- Véges halmazok elemeinek száma. Unió, metszet, különbség, komplementer.

#### 1.2. Matematikai logika

- Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.
- A „minden” és a „van olyan” helyes használata.
- Állítások logikai értéke. Állítások tagadása.
- Logikai műveletek: „és”, „vagy”, „ha..., akkor”.
- Tétel kimondása, bizonyítása (direkt és indirekt).

#### 1.3. Kombinatorika

- Kiválasztás és sorba rendezés véges sok elemből.

#### 1.4. Gráfok

- A gráf szemléletes fogalma, egyszerű alkalmazásai.

### 2. Számelmélet, algebra

#### 2.1. Számok, mérés, mértékegységek

- Valós számok. Normálalak használata.
- Számrendszerek, számok kettes számrendszerben.
- Arányos osztás.

#### 2.2. Műveletek

- Százalékszámítás a gyakorlatban. Számológép használatánál az eredmények értelmes kerekítése.

#### 2.3. Számelméleti ismeretek

- Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímek.

#### 2.4. Algebrai kifejezések

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel.

#### 2.5. Hatvány, gyök, logaritmus

- Tört kitevőjű és negatív kitevőjű hatványok. A hatványozás azonosságai.
- A gyökvonás.
- A logaritmus értelmezése.

#### 2.6. Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

- Két ismeretlenes elsőfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletek. Elsőfokú egyenlőtlenségek.
- Szöveges feladatok. Egyszerű (fogalom közvetlen alkalmazását igénylő, illetve a gyakorlati életből vett szöveges) négyzetgyökös, exponenciális, logaritmikus, trigonometrikus egyenletek.

### 3. Geometria

#### 3.1. A tér elemei

- Térelemek, térelemek távolsága.

### 3.2. Síkbeli alakzatok

- Háromszögek, négyszögek osztályozása. Háromszög magasságvonalai, súlypontja, beírt és köré írt köre.
- Szabályos sokszög beírt és köré írt köre.
- Thalész-tétel.

### 3.3. Térbeli alakzatok

- Csonka gúla, csonka kúp.

### 3.4. Transzformációk

- Tengelyes és középpontos tükrözés, eltolás, pontkörüli elforgatás. Egybevágóság, hasonlóság. Alkalmazások.

### 3.5. Vektorok

- Vektor fogalma, vektorok összeadása, kivonása, skalárszorosa.
- Vektorok felbontása. Vektorok a koordináta-rendszerben. Vektorok alkalmazása feladatokban.

### 3.6. Trigonometria

- Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Gyakorlati feladatok.

### 3.7. Koordináta-geometria

- Két pont távolsága. Egyenes egyenlete, kör egyenlete.

### 3.8. Kerület, terület

- A tanult alakzatok kerülete és területe, gyakorlati alkalmazás.

### 3.9. Térfogat, felszín

- A tanult testek felszínének és térfogatának kiszámítása.

## **4. Függvények, az analízis elemei**

### 4.1. Sorozatok

- Sorozatok, számtani és mértani sorozat.
- Kamatos kamat, befektetés és hitel.

### 4.2. Függvények megadása, ábrázolása

- Függvény szemléletes fogalma.
- Függvény megadása, ábrázolása koordináta-rendszerben.
- Lineáris és másodfokú függvények, fordított arányosság.
- Exponenciális, logaritmus, trigonometrikus alapfüggvények.

### 4.3. Függvények transzformációja

- $f(x)+c$ ;  $f(x+c)$  és  $c \cdot f(x)$  ábrázolása.

### 4.4. Függvények jellemzése

- Értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás leolvasása grafikonról.

## **5. Statisztika, valószínűség**

### 5.1. Statisztika

- Adathalmaz rendezése, mintavétel (gyakorisági, relatív gyakorisági, eloszlási) diagramok, grafikonok értelmezése, középértékek.

### 5.2. A valószínűség-számítás elemei

- Véletlen esemény, kísérlet.
- Relatív gyakoriság és valószínűség.
- Valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján.

**6. Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok**

- Thalész, Euler, Carl Friedrich Gauss, Blaise Pascal, Georg Ferdinand Cantor, Erdős Pál, Neumann János.